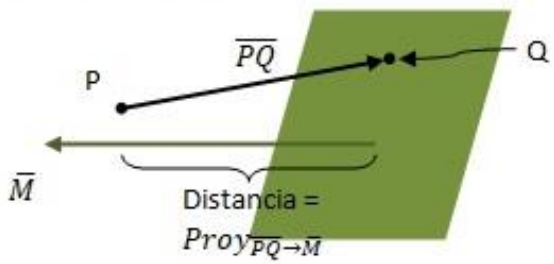
Clase distancia de un punto a un Plano

La distancia perpendicular o la distancia más corta de un punto a un plano se calcula con el procedimiento siguiente:

Suponga un plano cualquiera $2x + 4y - 3z + 8 = 0$ y un punto cualquiera fuera del plano $P(-3, 1, -5)$ y se requiere conocer la distancia más corta entre ellos.



1) Se calcula un punto contenido en el plano (punto Q), para ello se dan valores arbitrarios a dos de las tres variables
   Si "y=0" y "z=0"

$$2x + 4(0) - 3(0) + 8 = 0$$

$$x = \frac{-8}{2} = -4$$

   Por tanto

$$Q(-4, 0, 0)$$

2) Se obtiene el vector PQ

$$\overline{PQ} = (-4 - (-3))i + (0 - 1)j + \big(0 - (-5)\big)k$$

$$\overline{PQ} = -i - j + 5k$$

Mtra. Ma. De los Ángeles Martínez Cosío
Febrero21

…clase distancia de un punto a un Plano

3) Se identifica el vector director del plano (Vector $\bar{M}$)

$$2x + 4y - 3z + 8 = 0$$

Por tanto: $$\bar{M} = 2i + 4j - 3k$$

4) Se realiza una proyección de PQ en M

$$Proy_{\overline{PQ}\to\bar{M}} = \frac{\overline{PQ}\cdot\bar{M}}{|\bar{M}|} = \frac{(2)(-1)+(4)(-1)+(-3)(5)}{\sqrt{4+16+9}}$$

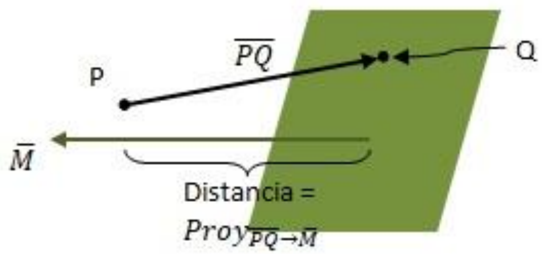
$$Proy_{\overline{PQ}\to\bar{M}} = \frac{-2-4-15}{\pm\sqrt{29}} = \frac{-21}{\pm\sqrt{29}}$$

Si el numerador es negativo, se toma el valor negativo de la raíz cuadrada

$$Proy_{A\to B} = 3.8996 \text{ u}$$ ✔

…clase dist. de un punto a un Plano

Suponga un plano cualquiera $2x + 4y - 3z + 8 = 0$ y un punto cualquiera fuera del plano $P(-3, 1, -5)$ y se requiere conocer la distancia más corta entre ellos.



1) Se calcula un punto contenido en el plano (punto Q), para ello se dan valores arbitrarios a dos de las tres variables

Si "x=5" y "z=-2"

$$2(5) + 4y - 3(-2) + 8 = 0$$

$$10 + 4y + 6 + 8 = 0$$

$$y = \frac{-24}{4} = -6$$

Se puede elegir cualquier variable para despejar y se pueden dar cualesquiera valores arbitrarios, el resultado será el mismo*

Por tanto

$$Q(5, -6, -2)$$

2) Se obtiene el vector PQ

$$\overline{PQ} = (5 - (-3))i + (-6 - 1)j + (-2 - (-5))k$$

$$\overline{PQ} = 8i - 7j + 3k$$

…clase distancia de un punto a un Plano

3) Se identifica el vector director del plano (Vector $\bar{M}$)

$$2x + 4y - 3z + 8 = 0$$

Por tanto: $\bar{M} = 2i + 4j - 3k$

4) Se realiza una proyección de PQ en M

$$Proy_{\overline{PQ}\to\bar{M}} = \frac{\overline{PQ}\cdot\bar{M}}{|\bar{M}|} = \frac{(2)(8)+(4)(-7)+(-3)(3)}{\sqrt{4+16+9}}$$

$$Proy_{\overline{PQ}\to\bar{M}} = \frac{16-28-9}{\pm\sqrt{29}} = \frac{-21}{\pm\sqrt{29}}$$

Si el numerador es negativo, se toma el valor negativo de la raíz cuadrada

$$Proy_{A\to B} = 3.8996 \text{ u}$$

- Nota, es mas fácil trabajar si se identifica al despejar, de cuál variable da un valor mas fácil de manejar y también si se dan valores de cero a las otras dos variables.

…clase distancia de un punto a un Plano

Si tenemos un plano Ax + By + Cz + D = 0 y un punto fuera del plano P (x1, y1, z) y queremos conocer la distancia perpendicular entre el punto y el plano, lo podemos hacer utilizando la fórmula:

$$d = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right|$$

Para formulario

En la que A, B y C son los coeficientes de x, y, z de la ecuación del plano, D es el término independiente de la ecuación del plano y (x_1, y_1, z_1) son las coordenadas del punto P fuera del plano.