Clase distancia perpendicular entre rectas oblicuas

Nota. - Son rectas oblicuas aquellas que no se cortan y no tienen los mismos números directores, o sus vectores directores no son iguales.

Para obtener la distancia perpendicular entre dos rectas oblicuas, se puede seguir un procedimiento:

Suponga dos rectas cualesquiera $\frac{(x+6)}{5}=\frac{(y+3)}{2}=\frac{(z+1)}{-3}$ y $\frac{(x+4)}{-1}=\frac{(y-1)}{6}=\frac{(z+4)}{2}$, hallar la distancia más corta o distancia perpendicular que existe entre ellos.

…clase distancia perpendicular entre rectas oblicuas

1) Se calcula un punto contenido en la primera recta conocida $\frac{(x+6)}{5} = \frac{(y+3)}{2} = \frac{(z+1)}{-3}$, éste será el punto P, para ello se pueden tomarlos valores de x_0, y_0, z_0 de esta recta, que son los que se restan de x, y, z, respectivamente (considerando el cambio de signo ya que la fórmula nos indica que se restan de x, y, z). Por tanto:

$$P\ (-6, -3, -1)$$

2) Se calcula un punto contenido en la segunda recta conocida $\frac{(x+4)}{-1} = \frac{(y-1)}{6} = \frac{(z+4)}{2}$, éste será el punto Q, para ello se pueden tomarlos valores de x_0, y_0, z_0 de esta recta, que son los que se restan de x, y, z, respectivamente (considerando el cambio de signo ya que la fórmula nos indica que se restan de x, y, z). Por tanto:

$$Q\ (-4, 1, -4)$$

3) Se obtienen los vectores M y N, que son los vectores directores de cada una de las rectas (los denominadores de los quebrados)

$$M = 5i + 2j - 3k$$
$$N = -i + 6j + 2k$$

…clase distancia perpendicular entre rectas oblicuas

4) Se obtiene el vector PQ

$$\overline{PQ} = (-4-(-6))i + (1-(-3))j + \big(-4-(-1)\big)k$$

$$\overline{PQ} = 2i + 4j - 3k$$

5) Se realiza el producto cruz entre M y N, para obtener un vector perpendicular a ambos vectores

$$MxN = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & 2 & -3 \\ -1 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

$$MxN = 4i + 3j + 30k + 18i - 10j + 2k$$

$$MxN = 22i - 7j + 32k$$

…clase distancia perpendicular entre rectas oblicuas

6) Ahora debemos obtener la proyección del vector PQ en el vector que resulta del producto MxN:

$$Proy_{PQ \to MxN} = \frac{PQ \cdot (MxN)}{|MxN|}$$

Entonces:

$$Proy_{PQ \to MxN} = \frac{(2)(22) + (4)(-7) + (-3)(32)}{\sqrt{22^2 + (-7)^2 + 32^2}}$$

$$Proy_{PQ \to MxN} = \frac{44 - 28 - 96}{\sqrt{1557}}$$

$$Proy_{PQ \to MxN} = \frac{-80}{\pm\sqrt{1557}}$$

A fin de que el resultado sea positivo, tomamos el valor negativo de la raíz en el denominador

$$Proy_{PQ \to MxN} = 2.0274\ u$$

$$Distancia = 2.0274\ u$$