Clase parametrización de curvas en el plano y en el espacio.

Parametrizar cualquier ecuación es igualar las variables con un parámetro "t" para su posterior análisis.

Para parametrizar cualquier curva en el plano (R^2) o en el espacio (R^3) debemos identificar primero cuál es el término independeinte de la curva, por ejemplo:

1. Parametrizar en el plano (R^2) la curva

$$y = x^2$$

En este caso el término "y" depende del valor que tome "x", por ello "x" es el término independiente (no depende de ningún otro) y "y" es el término dependiente, porque su valor depende del valor de "x". Después debemos igualar el término independiente con nuestro parámetro "t", entonces tendremos:

$$\left.\begin{aligned} x &= t \\ y &= t^2 \end{aligned}\right\} \quad \text{Curva parametrizada en el plano}$$

En la que los valores de (x, y) serán (t, t^2)

…clase parametrización de curvas en el plano y en el espacio.

2. Veamos como parametrizamos otra curva en el plano (R^2):

$$y + 2x = 5$$

Primero, debemos dejar una variable, en función de la otra, en este caso es más fácil despejar y:

$$y = 5 - 2x$$

Y de nuevo observamos que la variable independiente es "x" y la variable dependiente es "y", por tanto "x" es la que debemos igualar a "t"

$$\left.\begin{aligned} x &= t \\ y &= 5 - 2t \end{aligned}\right\}$$

Curva parametrizada en el plano

En la que los valores de (x, y) serán [t, (5-2t)]

…clase parametrización de curvas en el plano y en el espacio.

3. Otro ejemplo, vamos a parametrizar la curva

$$xy = 1$$

Despejemos "y"

$$y = \frac{1}{x}$$

Y de nuevo observamos que la variable independiente es "x" y la variable dependiente es "y", por tanto "x" es la que debemos igualar a "t"

$$\left.\begin{aligned} x &= t \\ y &= \frac{1}{t} \end{aligned}\right\}$$

Curva parametrizada en el plano

En la que los valores de (x, y) serán [t, (1/t)]

…clase parametrización de curvas en el plano y en el espacio.

1. Veamos ahora como parametrizar en el espacio (R^3) $y = x^2$ y $x + z = y$

Primero identificamos en la ecuación con menos variables, la variable independiente y la variable dependiente:

$$y = x^2$$

En este caso el término "y" depende del valor que tome "x", por ello "x" es el término independiente (no depende de ningún otro) y "y" es el término dependiente, porque su valor depende del valor de "x". Después debemos igualar el término independiente con nuestro parámetro "t", entonces tendremos:

$$x = t$$

$$y = t^2$$

…clase parametrización de curvas en el plano y en el espacio.

Y en la segunda ecuación $x + z = y$ dado que ya tenemos parametrizadas "x" y "y", vamos a despejar z, dejandola como dependiente de "x" y "y", entonces tendremos:

$$z = y - x$$

Si parametrizamos con los valores que ahora tienen "x" y "y", tendremos:

$$z = t^2 - t$$

Finalmente tendremos:

$$\left.\begin{array}{c} x = t \\ y = t^2 \\ z = t^2 - t \end{array}\right\}$$

Curva parametrizada
en el espacio

Entonces, los valores de (x, y, z) serán $[t, t^2, t^2 - t]$

…clase parametrización de curvas en el plano y en el espacio.

2. Otro ejemplo, debemos parametrizar en el espacio (R^3)

$$x + y = 12 \quad \text{y} \quad z = x^2 + y^2$$

De nuevo, de la ecuación con menos variables, dejamos una variable como independiente y la otra como dependiente:

$$y = 12 - x$$

Nuevamente el término "y" depende del valor que tome "x", por ello "x" es el término independiente (no depende de ningún otro) y "y" es el término dependiente, porque su valor depende del valor de "x". Después debemos igualar el término independiente con nuestro parámetro "t", entonces tendremos:

$$x = t$$

$$y = 12 - t$$

…clase parametrización de curvas en el plano y en el espacio.

Con estos valores, vamos a la segunda ecuación y despejamos "z" en función de "x" y "y":

$$z = x^2 + y^2$$

$$z = t^2 + (12 - t)^2$$

Desarrollamos en binomio:

$$z = t^2 + 144 - 24t + t^2$$

$$z = 2t^2 - 24t + 144$$

Finalmente tendremos:

$$\left.\begin{aligned} x &= t \\ y &= 12 - t \\ z &= 2t^2 - 24t + 144 \end{aligned}\right\} \text{Curva parametrizada en el espacio}$$

Entonces, los valores de (x, y, z) serán $[t,\ (12 - t),\ (2t^2 - 24t + 144)]$