



Clase ecuaciones de la Recta

La recta en el espacio tiene tres formas de representación matemática: Ecuación simétrica, ecuación paramétrica y ecuación vectorial.

Dado un vector director $M = Ai + Bj + Ck$, y un punto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ contenido en la recta, las **ecuaciones simétricas** de la recta son:

$$\frac{(x - x_0)}{A} = \frac{(y - y_0)}{B} = \frac{(z - z_0)}{C}$$

Para
formulario

Otra forma de expresar estas ecuaciones es despejando en pares de quebrados:

$\frac{(x - x_0)}{A} = \frac{(y - y_0)}{B}$ $B(x - x_0) = A(y - y_0)$ $Bx - Bx_0 = Ay - Ay_0$ $Bx - Ay = Bx_0 - Ay_0$	$\frac{(x - x_0)}{A} = \frac{(z - z_0)}{C}$ $C(x - x_0) = A(z - z_0)$ $Cx - Cx_0 = Az - Az_0$ $Cx - Az = Cx_0 - Az_0$	$\frac{(y - y_0)}{B} = \frac{(z - z_0)}{C}$ $C(y - y_0) = B(z - z_0)$ $Cy - Cy_0 = Bz - Bz_0$ $Cy - Bz = Cy_0 - Bz_0$
---	---	---

Cuando igualamos cada término con un parámetro "t", y despejamos las variables "x", "y" y "z", obtendremos las **ecuaciones paramétricas** de la recta:

$$\frac{(x - x_0)}{A} = t$$
$$x - x_0 = At$$
$$x = At + x_0$$

$$\frac{(y - y_0)}{B} = t$$
$$y - y_0 = Bt$$
$$y = Bt + y_0$$

$$\frac{(z - z_0)}{C} = t$$
$$z - z_0 = Ct$$
$$z = Ct + z_0$$



Clase ecuaciones de la Recta

De forma que las **ecuaciones paramétricas** de la recta son:

$$\left. \begin{aligned} x &= At + x_0 \\ y &= Bt + y_0 \\ z &= Ct + z_0 \end{aligned} \right\}$$

Para
formulario

Y finalmente, si expresamos las ecuaciones paramétricas en forma de un vector $[x, y, z]$, tendremos las **ecuaciones vectoriales** de la recta:

$$[x, y, z] = [(At + x_0), (Bt + y_0), (Ct + z_0)]$$

Para
formulario



Ejercicio 1 de ejemplo

Hallar las ecuaciones simétricas, paramétricas y vectoriales de la ecuación de la recta que pasa por los puntos P (3, 2, -1) y Q (-2, 5, 6).

Primero debemos obtener el vector director PQ:

$$\overline{PQ} = (-2 - 3)i + (5 - 2)j + (6 - (-1))k$$

$$\overline{PQ} = -5i + 3j + 7k$$

Por esto $[A, B, C] = [-5, 3, 7]$

Cualquiera de los dos puntos puede ser el punto P_0 contenido en la recta:

$$(x_0, y_0, z_0) = (3, 2, -1)$$

Ecuaciones simétricas:

$$\frac{(x - 3)}{-5} = \frac{(y - 2)}{3} = \frac{(z + 1)}{7} \checkmark$$



...ejercicio 1 de ejemplo

Igualaremos con un parámetro "t" para obtener las ecuaciones paramétricas

$$\begin{aligned}\frac{(x-3)}{-5} &= t \\ x-3 &= -5t \\ x &= -5t+3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{(y-2)}{3} &= t \\ y-2 &= 3t \\ y &= 3t+2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{(z+1)}{7} &= t \\ z+1 &= 7t \\ z &= 7t-1\end{aligned}$$

Las ecuaciones paramétricas son:

$$\left. \begin{aligned}x &= -5t+3 \\ y &= 3t+2 \\ z &= 7t-1\end{aligned} \right\} \checkmark$$

Ecuaciones vectoriales:

$$[x, y, z] = [(-5t+3), (3t+2), (7t-1)] \checkmark$$



Ejercicio 2 de ejemplo

Hallar las ecuaciones simétricas, paramétricas y vectoriales de la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(-2, 6, -3)$ con números directores $[-1, 4, -5]$.

Tendremos que $[A, B, C] = [-1, 4, -5]$

Y el punto P contenido en la recta, es P_0

$$(x_0, y_0, z_0) = (-2, 6, -3)$$

Ecuaciones simétricas:

$$\frac{(x+2)}{-1} = \frac{(y-6)}{4} = \frac{(z+3)}{-5} \checkmark$$

Igualemos con un parámetro "t" para obtener las ecuaciones paramétricas

$$\begin{aligned} \frac{(x+2)}{-1} &= t \\ x+2 &= -1t \\ x &= -t-2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(y-6)}{4} &= t \\ y-6 &= 4t \\ y &= 4t+6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(z+3)}{-5} &= t \\ z+3 &= -5t \\ z &= -5t-3 \end{aligned}$$



...ejercicio 2 de ejemplo

Las ecuaciones paramétricas son:

$$\left. \begin{aligned} x &= -t - 2 \\ y &= 4t + 6 \\ z &= -5t - 3 \end{aligned} \right\} \checkmark$$

Ecuaciones vectoriales:

$$[x, y, z] = [(-t - 2), (4t + 6), (-5t - 3)] \checkmark$$