Ecuaciones de la Recta en el Espacio.

Ecuación vectorial de la Recta:

Dado que una recta se define como el conjunto de los puntos en el espacio, alineados con un punto *P* (X_0, y_0, z_0) y con la dirección dada del vector *R [A,B,C].*
Si P (X_0, y_0, z_0) y Q (X, Y, Z) son puntos de la recta L, el vector PQ tiene igual dirección que R [A,B,C], pero multiplicada por un escalar "t". Así tenemos:

$$PQ = t(A, B, C)$$

Es decir:

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) = (t)(A, B, C)$$
$$(x, y, z) - (x_0, y_0, z_0) = (t)(A, B, C)$$
$$(x, y, z) = (x_0, y_0, z \quad) + (t)(A, B, C)$$

La ecuación vectorial de la recta, se expresa como:

$$\boxed{(x, y, z) = (x_0 + tA, y_0 + tB, z_0 + tC)}$$

Ecuaciones simétricas de la recta:

Sea ***L*** una recta en el espacio que pasa por el punto dado *P* (X_0, y_0, z_0) y es paralela a la representación del vector dado *R [A,B,C]*, tenemos que:

$$\boxed{\frac{x - x_0}{A} = \frac{y - y_0}{B} = \frac{z - z_0}{C}}$$

Estas ecuaciones pueden expresarse también como:

$$B(x - x_0) = A(y - y_0)$$
$$C(x - x_0) = A(z - z_0)$$
$$C(y - y_0) = B(z - z_0)$$

[A,B,C] Se denominan **números directores** (o parámetros directores) de la recta. Cabe señalar que el Vector R puede estar contenido en la recta, o ser paralelo a ella y dado que sus directores son iguales, pueden también emplearse como directores de la recta.

Ecuaciones paramétricas de la recta:

Para obtener estas ecuaciones, igualaremos las ecuaciones simétricas con un número real *t* cualquiera; conservando que la recta pasa por el punto dado P (X_0, y_0, z_0) y es paralela a la representación del vector dado R [A,B,C]. Tenemos:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= x_0 + tA \\ y &= y_0 + tB \\ z &= z_0 + tC \end{aligned}}$$

Tomado de El Cálculo, de Louis Leithold, editorial Oxford, 7ª edición.

Mtra. Ma. De los Ángeles Martínez Cosío
Junio 20