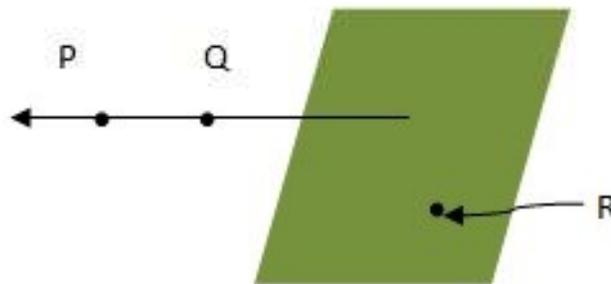




Ejercicios aplicados de Ecuación del plano

1. Plano que contiene un punto y es perpendicular a una recta o vector que contiene dos puntos.

Encuentra la ecuación de un plano que sea perpendicular a la recta que pasa por los puntos P (2, 2, -4) y Q (7, -1, 3) y contiene al punto R (-5, 1, 2)



Para encontrar la ecuación del plano necesitamos: 1) punto en el plano, que en este caso es R y 2) un vector perpendicular al plano, que para este caso lo encontraremos sacando un vector de los puntos P y Q

$$\overline{PQ} = (7 - 2)i + (-1 - 2)j + (3 - (-4))k$$

$$\overline{PQ} = 5i - 3j + 7k$$



...ejercicios aplicados de Ec. del plano

Portanto $[A, B, C] = [5, -3, 7]$ y $(x_0, y_0, z_0) = (-5, 1, 2)$ entonces:

Aplicaremos la fórmula:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$5(x - (-5)) - 3(y - 1) + 7(z - 2) = 0$$

$$5x + 25 - 3y + 3 + 7z - 14 = 0$$

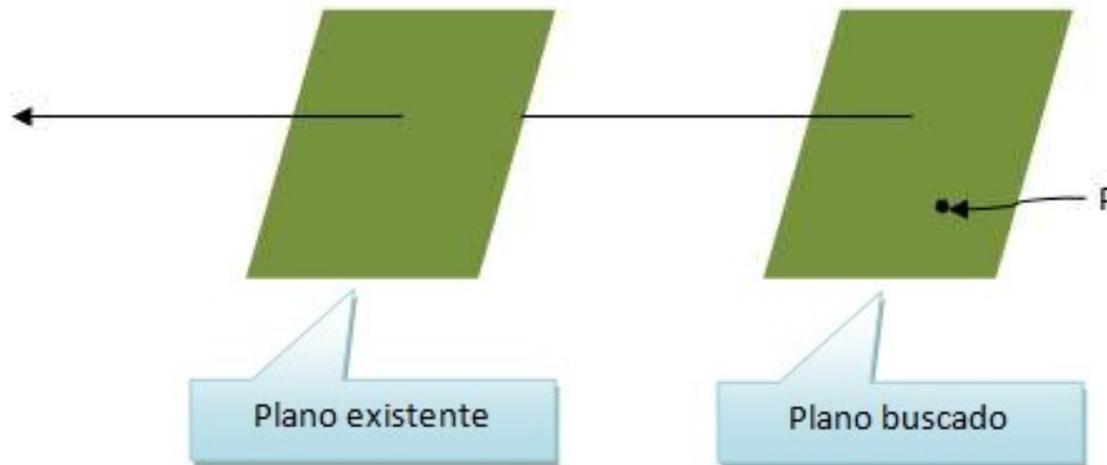
$$5x - 3y + 7z + 14 = 0 \checkmark$$



...ejercicios aplicados de Ec. del plano

2. Plano que contiene un punto y es paralelo a otro plano.

Encuentra la ecuación de un plano que es paralelo al plano $4x - 2y + z - 1 = 0$ y contiene al punto $P(2, 6, -1)$



Para encontrar la ecuación del plano necesitamos: 1) punto en el plano, que en este caso es P y 2) un vector perpendicular al plano, que para este caso lo encontraremos con los coeficientes de la ecuación del plano paralelo

$$4x - 2y + z - 1 = 0$$
$$[A, B, C] = [4, -2, 1]$$

Por tanto:



...ejercicios aplicados de Ec. del plano

Y el punto $(x_0, y_0, z_0) = (2, 6, -1)$ entonces aplicaremos la fórmula:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$4(x - 2) - 2(y - 6) + 1(z - (-1)) = 0$$

$$4x - 8 - 2y + 12 + z + 1 = 0$$

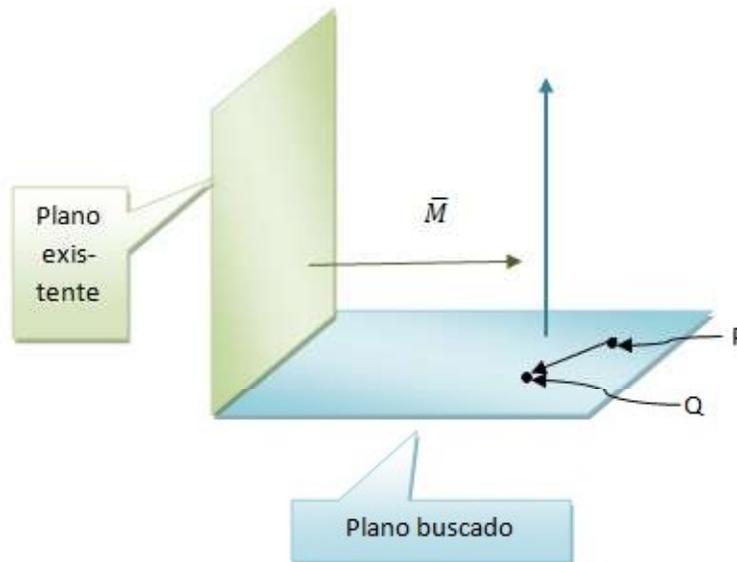
$$4x - 2y + z + 5 = 0 \checkmark$$



...ejercicios aplicados de Ec. del plano

3. Plano que contiene dos puntos y es perpendicular a otro plano.

Encuentra la ecuación de un plano que es perpendicular al plano $2x + 3y - 4z - 5 = 0$ y contiene a los puntos $P(-2, 3, -3)$ y $Q(4, -1, -2)$



Primero debemos calcular el vector \overline{PQ} contenido en el plano

$$\overline{PQ} = (4 - (-2))i + (-1 - 3)j + (-2 - (-3))k$$

$$\overline{PQ} = 6i - 4j + k$$

Debemos realizar producto cruz con el vector \overline{PQ} y el vector $\overline{M}[2, 3, -4]$ que es el vector director del plano existente

$$\overline{PQ} \times \overline{M} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & -4 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$



...ejercicios aplicados de Ec. del plano

$$\overline{PQ} \times \overline{M} = (-4)(-4)i + 1(2)j + 6(3)k - 1(3)i - 6(-4)j - 2(-4)k$$

$$\overline{PQ} \times \overline{M} = 16i + 2j + 18k - 3i + 24j + 8k$$

$$\overline{PQ} \times \overline{M} = 13i + 26j + 26k$$

Por tanto $[A, B, C] = [13, 26, 26]$ y (x_0, y_0, z_0) puede ser cualquiera de los dos puntos, el resultado será correcto para ambos; en este caso $(x_0, y_0, z_0) = (-2, 3, -3)$ entonces:

Aplicaremos la fórmula:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$13(x - (-2)) + 26(y - 3) + 26(z - (-3)) = 0$$

$$13x + 26 + 26y - 78 + 26z + 78 = 0$$

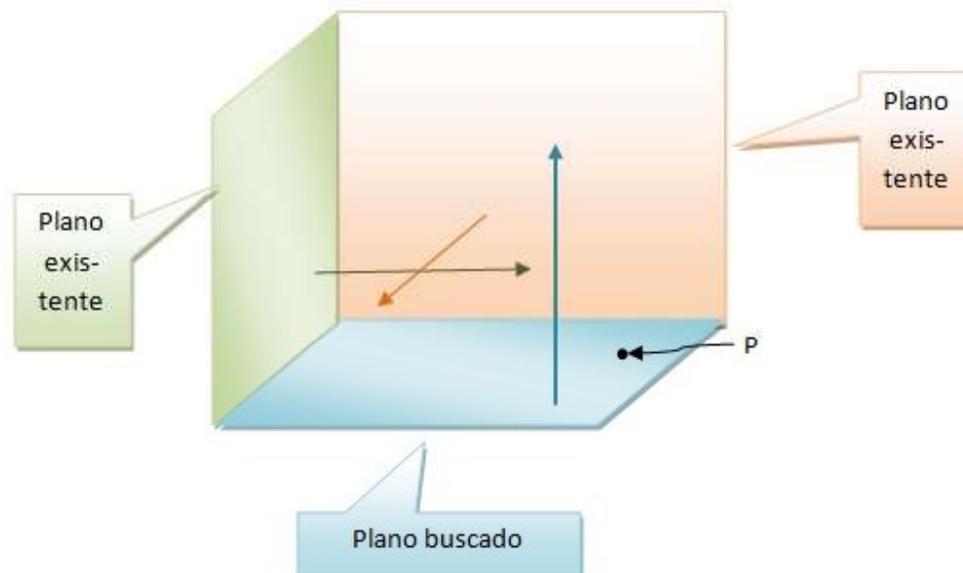
$$13x + 26y + 26z + 26 = 0 \checkmark$$



...ejercicios aplicados de Ec. del plano

4. Plano que contiene un punto y es perpendicular a dos planos.

Encuentra la ecuación de un plano que es perpendicular a cada uno de los planos $2x + y - 3z - 5 = 0$ y $x + 4y + 5z - 1 = 0$ y contiene al punto $P(4, -2, -3)$



Los vectores directores de los planos existentes son: $\vec{M}[2, 1, -3]$ y $\vec{N}[1, 4, 5]$

Debemos realizar producto cruz con los vectores \vec{M} y \vec{N} para encontrar el vector director del plano buscado:

$$\vec{M} \times \vec{N} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$



...ejercicios aplicados de Ec. del plano

$$\vec{M} \times \vec{N} = 1(5)i + 1(-3)j + 2(4)k - 4(-3)i - 2(5)j - 1(1)k$$

$$\vec{M} \times \vec{N} = 5i - 3j + 8k + 12i - 10j - k$$

$$\vec{M} \times \vec{N} = 17i - 13j + 7k$$

Por tanto $[A, B, C] = [17, -13, 7]$ y $(x_0, y_0, z_0) = (4, -2, -3)$ entonces:

Aplicaremos la fórmula:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$17(x - 4) - 13(y - (-2)) + 7(z - (-3)) = 0$$

$$17x - 68 - 13y - 26 + 7z + 21 = 0$$

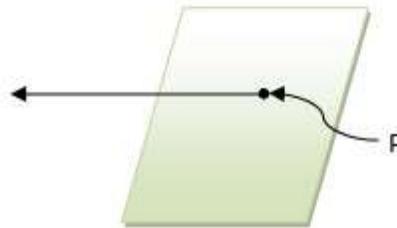
$$17x - 13y + 7z - 73 = 0 \checkmark$$



...ejercicios aplicados de Ec. del plano

5. Plano que contiene un punto P y es perpendicular a un vector de posición OP

Encuentra la ecuación de un plano que contiene al punto P (-2, 1, -3) y es perpendicular a la representación del vector de posición \overline{OP}



El vector de posición es $\overline{OP} = -2i + j - 3k$, este es también el vector director del plano buscado, por tanto $[A, B, C] = [-2, 1, -3]$ y para este caso $(x_0, y_0, z_0) = (-2, 1, -3)$ entonces:

Aplicaremos la fórmula:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$-2(x - (-2)) + 1(y - 1) - 3(z - (-3)) = 0$$

$$-2x - 4 + y - 1 - 3z - 9 = 0$$

$$-2x + y - 3z - 14 = 0 \checkmark$$