Clase de Ecuación del Plano

La ecuación general del Plano es:

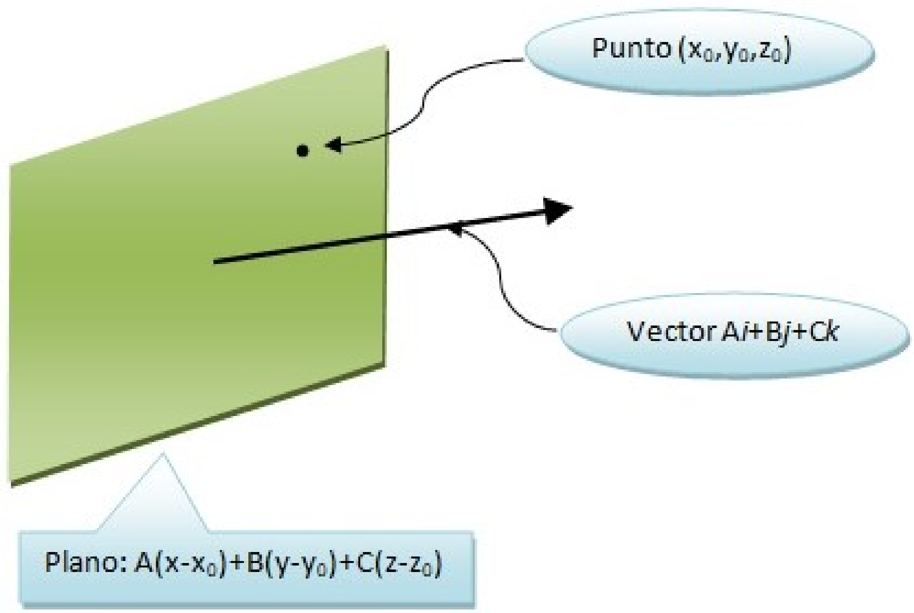
$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

Para formulario

En donde $[A, B, C]$ son los coeficientes de *i*, *j* Y *k* del vector perpendicular al plano, a este vector se le llama Vector Director.

En la ecuación del plano, (x_0, y_0, z_0) representa un P_0 en el plano.

Gráficamente:



Ejercicio 1 de ejemplo.- Punto y vector

Ecuación del Plano a partir de un punto contenido en el plano y un vector perpendicular al plano.

Hallar la Ecuación del Plano que contiene al punto (2, -3, 6) y es perpendicular al vector A = 5*i* + 4*j* -8*k*.

Aplicaremos la fórmula:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

En donde [A, B, C] = [5, 4, -8] y $(x_0, y_0, z_0) = (2, -3, 6)$ entonces:

$$5(x - 2) + 4(y - (-3)) - 8(z - 6) = 0$$

$$5x - 10 + 4y + 12 - 8z + 48 = 0$$

$$5x + 4y - 8z + 50 = 0 \checkmark$$

Ejercicio 2 de ejemplo.- Tres Puntos

Ecuación del Plano a partir de tres puntos contenidos en el plano.

Hallar la Ecuación del Plano que contiene los puntos P(-1, 5, 4), Q(2, -2, 1) y R(6,-3,7).

Primero tenemos que encontrar un vector perpendicular al plano en el que están los tres puntos. Esto se logra obteniendo el Producto Cruz de dos vectores a partir de los tres puntos: $\overline{PQ}$ y $\overline{PR}$:

$$\overline{PQ} = \big(2-(-1)\big)i + (-2-5)j + (1-4)k$$

$$\overline{PQ} = 3i - 7j - 3k$$

$$\overline{PR} = \big(6-(-1)\big)i + (-3-5)j + (7-4)k$$

$$\overline{PR} = 7i - 8j + 3k$$

Ahora encontrando el Producto Cruz:

$$\overline{PQ}\ X\ \overline{PR} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -7 & -3 \\ 7 & -8 & 3 \end{vmatrix} = (-7)(3)i + (-3)(7)j + (3)(-8)k - (-3)(-8)i - (3)(3)j - (-7)(7)k$$

$$\overline{PQ}\ X\ \overline{PR} = -21i - 21j - 24k - 24i - 9j + 49k$$

$$\overline{PQ}\ X\ \overline{PR} = -45i - 30j + 25k$$

…ejercicio 2 de ejemplo.- Tres Puntos

Aplicaremos la fórmula:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

En donde [A, B, C] = [-45,-30, 25] y cualquiera de los tres puntos es $(x_0, y_0, z_0) = (-1, 5, 4)$ entonces:

$$-45(x - (-1)) - 30(y - 5) + 25(z - 4) = 0$$

$$-45x - 45 - 30y + 150 + 25z - 100 = 0$$

$$-45x - 30y + 25z + 5 = 0 \checkmark$$

…ejercicio 2 de ejemplo.- Tres Puntos

Ejercicio 2, otra opción

Respecto al ejercicio anterior, se puede tomar cualquier combinación de puntos para encontrar los vectores que se van a multiplicar en Producto Cruz:

Hallar la Ecuación del Plano que contiene los puntos P(-1, 5, 4), Q(2, -2, 1) y R(6,-3,7).

Ahora utilizaremos $\overline{QP}$ y $\overline{QR}$

$$\overline{QP} = (-1-2)i + (5-(-2))j + (4-1)k$$

$$\overline{QP} = -3i + 7j + 3k$$

$$\overline{QR} = (6-2)i + (-3-(-2))j + (7-1)k$$

$$\overline{QR} = 4i - j + 6k$$

De donde llega, menos de donde sale

Ahora encontrando el Producto Cruz:

$$\overline{QP}\ X\ \overline{QR} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & 7 & 3 \\ 4 & -1 & 6 \end{vmatrix} = (7)(6)i + (3)(4)j + (-3)(-1)k - (3)(-1)i - (-3)(6)j - (7)(4)k$$

$$\overline{QP}\ X\ \overline{QR} = 42i + 12j + 3k + 3i + 18j - 28k$$

$$\overline{QP}\ X\ \overline{QR} = 45i + 30j - 25k$$

Es el mismo vector, pero con signo contrario

Aplicaremos la fórmula:

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$$

…ejercicio 2 de ejemplo.- Tres Puntos

En donde [A, B, C] = [45,30, -25] y ahora emplearemos R como el punto en el plano $(x_0, y_0, z_0) = (2, -2, 1)$ (<u>puede usarse cualquiera de los tres puntos, el resultado será el mismo</u>) entonces:

$$45(x-2)+30(y-(-2))-25(z-1)=0$$

$$45x-90+30y+60-25z+25=0$$

$$45x+30y-25z-5=0 \checkmark$$

Es la misma ecuación, pero con signo contrario

Ambos resultados son correctos, lo único que cambia es el sentido del vector director