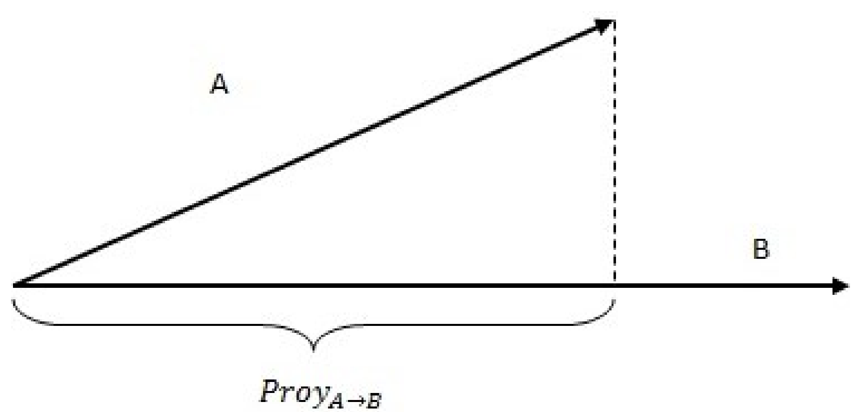
Proyección de vectores

Teniendo dos vectores cualesquiera $A = A_1 i + A_2 j + A_3 k$ y $B = B_1 i + B_2 j + B_3 k$ la Proyección del vector A sobre el vector B se obtiene aplicando la fórmula:

$$Proy_{A \to B} = \frac{A \cdot B}{|B|}$$

Para formulario

La Proyección de un vector sobre otro es una cantidad escalar y representa la distancia que abarca un vector sobre otro, trazado sobre el otro, como su sombra a 90°:



Para obtenerlo hacemos unitario el vector sobre el que se proyecta $(\frac{B}{|B|})$ y lo multiplicamos con producto punto por el vector A

Ejercicio 1 de ejemplo

Hallar la proyección del vector A= 4i + 5j – 2k, sobre el vector B= i – 2j + 3k.

$$Proy_{A\rightarrow B} = \frac{A \cdot B}{|B|} = \frac{(4)(1) + (5)(-2) + (-2)(3)}{\sqrt{1+4+9}}$$

$$Proy_{A\rightarrow B} = \frac{4 - 10 - 6}{\pm\sqrt{14}} = \frac{-12}{\pm\sqrt{14}}$$

$$Proy_{A\rightarrow B} = 3.2071 \text{ u}$$

Si el numerador es negativo, se toma el valor negativo de la raíz cuadrada

Nota.- Al ser una distancia, la Proyección entre dos vectores debe expresarse con números positivos, por lo que si el numerador da un número negativo, en el denominador se deberá tomar el valor negativo de la raíz cuadrada para que ah hacer menos entre menos, el resultado final sea positivo.

Ejercicio 2 de ejemplo

Hallar la proyección del vector A= 2i + 6j – 3k, sobre la recta que pasa por los puntos P(2,3,-4) y Q(1,6,-5).

Como no nos dan el vector sobre el que se va a proyectar, se deberá primero encontrar dicho vector:

$$\overline{PQ} = (1-2)i + (6-3)j + \big(-5-(-4)\big)k$$

Recuerden: De donde llega, menos de donde sale

$$\overline{PQ} = -i + 3j - k$$

Ahora si podemos hacer la proyección de A al vector $\overline{PQ}$

$$Proy_{A\to\overline{PQ}} = \frac{A\cdot\overline{PQ}}{|\overline{PQ}|} = \frac{(2)(-1)+(6)(3)+(-3)(-1)}{\sqrt{1+9+1}}$$

$$Proy_{A\to\overline{PQ}} = \frac{-2+18+3}{\pm\sqrt{11}} = \frac{19}{\pm\sqrt{11}}$$

$$Proy_{A\to\overline{PQ}} = 5.7287\ u$$