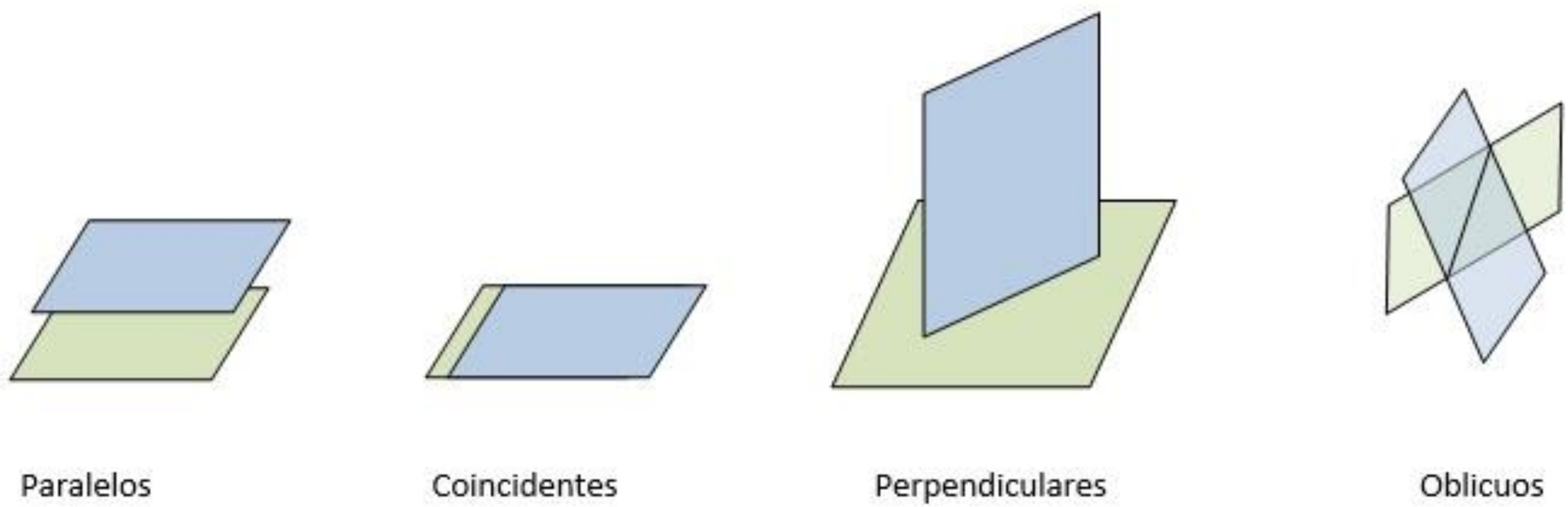
Clase Intersección entre planos

Dos planos pueden interactuar entre sí, siendo paralelos, coincidentes, perpendiculares y oblicuos

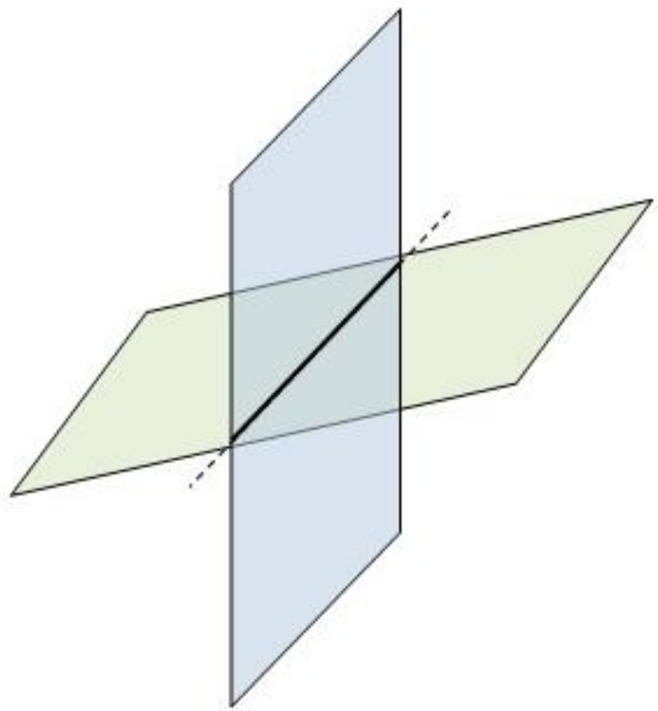


Mtra. Ma. De los Ángeles Martínez Cosío

…clase intersección entre planos

Los planos paralelos no se tocan al contrario de los coincidentes que coinciden en todos los puntos, por lo que sólo estudiaremos los oblicuos (los planos perpendiculares son un caso particular de los oblicuos, en los que el ángulo entre ellos es de 90 grados).

Cuando dos planos se interceptan forman una línea recta



Para encontrar la recta que forman al interceptarse, debemos realizar un procedimiento, veamos con un ejercicio.

…clase intersección entre planos

Hallar la ecuación de la recta en que se interceptan los planos 3x +2y -5z +12 = 0 y 4x +y -2z +14 = 0

$$\begin{cases} 3x + 2y - 5z + 12 = 0 \\ 4x + \ y - 2z + 14 = 0 \end{cases}$$

Primero vamos a encontrar un punto que sea común a ambos planos, este punto estará contenido en la recta que buscamos, para ello daremos un valor arbitrario a alguna de las variables, en este caso haremos x=0

Si x=0

$$\begin{cases} 3(0) + 2y - 5z + 12 = 0 \\ 4(0) + \ y - 2z + 14 = 0 \end{cases}$$

…clase intersección entre planos

Nos quedarían:

$$2y - 5z + 12 = 0 \qquad (1)$$

$$y - 2z + 14 = 0 \qquad (2)$$

Debemos resolver el sistema de ecuaciones por cualquier método, usaremos el método de la suma y resta, a fin de eliminar una de las variables, en este caso eliminaremos la "y" pues con sólo multiplicar por menos dos la segunda ecuación y aplicar suma y resta, podemos eliminar esa variable.

$$\begin{array}{rl} 2y - 5z + 12 = 0 & (1) \\ -2y + 4z - 28 = 0 & (2) \\ \hline -z - 16 = 0 & \end{array}$$

Nos queda el valor de z

$$z = -16$$

…clase intersección entre planos

Con este valor de z encontrado, substituimos en la ecuación (1) y encontraremos un valor para y

$$2y - 5(-16) + 12 = 0$$

$$2y + 80 + 12 = 0$$

$$2y + 92 = 0$$

$$y = \frac{-92}{2}$$

$$y = -46$$

El punto así encontrado es:

$$P = (0, -46, -16)$$

…clase intersección entre planos

Y es un punto común para ambos planos y se encuentra contenido en la recta.

Para encontrar el vector director de la recta, debemos obtener los vectores directores de los dos planos

$$M = 3i + 2j - 5k$$

$$N = 4i + j - 2k$$

Con estos vectores debemos obtener el producto cruz M x N

$$MxN = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & -5 \\ 4 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$MxN = -4i - 20j + 3k + 5i + 6j - 8k$$

$$MxN = i - 14j - 5k$$

…clase intersección entre planos

El vector encontrado es el vector director de la recta que buscamos, por lo que podemos plantear la ecuación simétrica de la recta como:

$$\frac{x-0}{1}=\frac{y+46}{-14}=\frac{z+16}{-5} \checkmark$$

Las ecuaciones paramétricas quedarían como:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= t \\ y &= -14t-46 \\ z &= -5t-16 \end{aligned}} \checkmark$$

Las ecuaciones vectoriales se expresan:

$$[x,y,z]=[t,(-14t-46),(-5t-16)] \checkmark$$