Productos Escalar y Vectorial.

Producto escalar o producto punto.

Dados dos vectores A y B, su producto escalar o producto punto, A · B, se define como el producto de sus magnitudes por el coseno del ángulo que forman. Por tanto:

$$A \cdot B = |A||B|Cos\theta \qquad 0 \leq \theta \leq \pi$$

Las propiedades del producto escalar son:

1. $A \cdot B = B \cdot A$ — Propiedad conmutativa
2. $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$ — Propiedad distributiva del producto escalar respecto de la suma
3. m(A · B) = (mA) · B = A · (mB) = (A · B)m — siendo m un escalar.
4. $i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$
5. $i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = 0$
6. Dados $A = A_1\ i\ +\ A_2 j\ +\ A_3 k$ y $B = B_1 i + B_2 j + B_3 k$, se verifica:

$$A \cdot B = A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3$$
$$A \cdot A = {A_1}^2 + {A_2}^2 + {A_3}^2$$
$$B \cdot B = {B_1}^2 + {B_2}^2 + {B_3}^2$$

7. Si A · B = 0y ninguno de los vectores es nulo, ambos son perpendiculares.

Producto vectorial o producto cruz

Dados los vectores A y B, su producto vectorial o producto cruz es otro vector *C = A x B*. La magnitud de *A x B* es el producto de sus magnitudes por el seno del ángulo θ que forman. La dirección de *C = A x B* es la perpendicular al plano que forman A y B, y su sentido es tal que, A, B y C forman un triedro a derechas. Por lo tanto:

$$|AxB| = |A||B|Sen\theta \qquad u, \qquad 0 \leq \theta \leq \pi$$

Siendo u un vector unitario que indica la dirección y sentido del producto A _ B. Si A = B, o bien si A tiene la misma dirección que B, sen _ = 0, con lo que A _ B = 0.

Las propiedades del producto vectorial son:

1. $AxB = -BxA$ — No goza de la propiedad conmutativa
2. $Ax(B + C) = AxB + AxC$ — Propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma
3. $m(AxB) = (mA)xB = Ax(mB) = (AxB)m$ — siendo m un escalar.
4. $ixi = jx\,j = kxk = 0$
5. $ixj = k,\ \ jxk = i,\ \ kxi = j$
6. Dados $A = A_1 i + A_2 j + A_3 k$ y $B = B_1 i + B_2 j + B_3 k$, se verifica:

$$AxB = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

7. La magnitud de AxB representa el área del paralelogramo de lado A y B.
8. Si $AxB = 0$, y ninguno de los vectores es nulo, ambos tienen la misma dirección